

### IMPLEMENTACIÓN DE MODELOS DE REGRESIÓN ALEATORIA PARA CARACTERES DE CRECIMIENTO EN ANIMALES CRUZADOS EN EL SUR DEL CESAR, COLOMBIA



**GRUPO DE ESTUDIO EN MEJORAMIENTO Y MODELACIÓN ANIMAL GEMMA UN**



Carlos Alberto Martínez Niño<sup>1</sup>  
 Carlos Manrique Perdomo<sup>1</sup>  
 Ariel Jiménez Rodríguez<sup>1,2</sup>  
 Bibiana Y. Coy Castellanos<sup>1</sup>  
 Mauricio A Elzo<sup>3</sup>

1. Grupo de Estudio en Mejoramiento y Modelación Animal GEMA, Departamento de ciencias para la producción animal, Facultad de Medicina Veterinaria y de Zootecnia, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá DC  
 2. Asociación Colombiana de Criadores de Ganado Cebu ASOCEBU  
 3. Department of Animal Sciences, University of Florida, Gainesville, FL




## Introducción

Actual política de desarrollo sector bovino:  
 Aumento en los niveles de producción por animal y en el número de animales (1)  
 Condiciones adversas del trópico bajo  
 Amplio uso de cruzamientos en sistemas de producción bovina tropical (1)  
 Pocos trabajos en el país considerando animales cruzados (2,3,4,5,6,7)

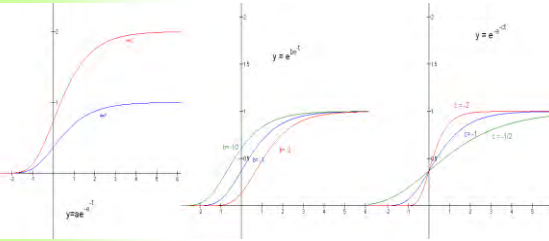
(1) FEDEGAN 2006; (2) Elzo et al., 1998; (3) Elzo et al., 2001; (4) Arboleda-Zapata et al., 2008; (5) Vergara et al., 2009; (6) Vergara et al., 2010; (7) Martínez et al., 2011

## Datos longitudinales

Registros medidos a una misma unidad a través del tiempo.  
 Varias unidades consideradas  
 Correlación entre mediciones hechas a una misma unidad.  
 Tiempo: Variable discreta (dimensión finita) Ó Variable continua (dimensión infinita)

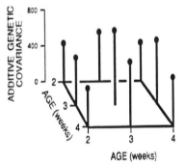
Meyer y Hill, (1997).  
 Varveque y Moltenberghs (2000).  
 Littell y col. (2006).  
 Resende y col. (2001).

## Datos longitudinales



## Modelos de dimensión finita

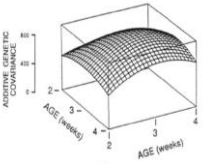
Modelos para múltiples características.  
 Matriz de covarianzas de las características (cada medición)  
 Sobreparametrización.  
 Ajuste de registros a una edad determinada  
 Pérdida de registros que no se encuentran dentro del rango de ajuste

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} 436 & 522 & 424 \\ 522 & 808 & 665 \\ 424 & 665 & 558 \end{bmatrix}$$


Gráficas tomadas de: Kirkpatrick y col.(1990).

## Modelos de dimensión infinita

Registros = f(t)  
 f: función continua de valor real.  
 Tendencia Suave  
 Regresión aleatoria:  
 Coeficientes de regresión fijos (Poblacional).  
 Coeficientes de regresión aleatoria (individual).  
 No requiere ajustes a una edad determinada.

$$\hat{f}(a_1, a_2) = 808 + 71.2(a_1^2 + a_2^2) + 36.4a_1a_2 - 40.7(a_1^2a_2^2 + a_1^2a_2^3) - 215.0(a_1^2 + a_2^3) + 81.6a_1^2a_2^2$$


Kirkpatrick y col (1990)  
Meyer y Hill (1997)

## Funciones de Covarianza

Propuestas por Kirkpatrick y col. (1990)

Permiten calcular la covarianza entre variables medidas a cualquier edad dentro del rango de edades medidas.

Para su estimación se han empleado polinomios ortogonales, principalmente polinomios de Legendre (LP)



## Modelos de regresión aleatoria - Funciones de Covarianza

Meyer y Hil (1997), equivalencia de FC y MRA

Covarianza entre los coeficientes de regresión aleatoria produce estimas de los coeficientes de una FC.

La estructura de covarianza de un MRA se expresa como una FC.

MRA-FC.



## Ventajas

Mayor exactitud.

No se pierde información.

Permiten ajustar modelos parsimoniosos.

Menor costo computacional (modelos parsimoniosos)

Predecir VG y estimar PG a cualquier edad.

Análisis de patrones de variación.

Más acordes con la naturaleza del fenómeno estudiado (variación continua)



## Objetivos

Comparar un modelo de repetibilidad (simple) con modelos de regresión aleatoria teniendo en cuenta varianzas residuales homogéneas y heterogéneas para describir la trayectoria de crecimiento de bovinos desde el nacimiento hasta los 492 días de edad.

Describir el comportamiento de la varianza genética aditiva del peso vivo mediante la implementación de MRA-FC en una población de ganado cruzado en el sur del Cesar, Colombia



## Materiales y métodos

### Animales y apareamientos:

Inicialmente: 1200 hembras Brahman Gris.

Novillas y vacas de tercer parto.

Treinta y siete toros de nueve razas:

Cebuinas: Brahman Gris, Brahman Rojo y Guzerat

Taurinas Criollas: BON y Romosinuano

Taurinas Europeas: Braunvieh, Limousin, Normando y Simmental



## Materiales y métodos

Hembras elegidas de acuerdo a chequeo reproductivo satisfactorio

Asignadas aleatoriamente a los toros

Protocolo de inseminación artificial a tiempo fijo

Nacimientos:

Entre 2008 y 2009

352 machos y hembras



Número de toros por grupo racial y número de terneros por grupo racial y año de nacimiento

Raza del padre	Número de toros	Grupo racial del ternero	Número de Terneros		
			2008	2009	TOTAL
BON	3	BONXBG	21	12	33
BV	3	BVXBG	13	9	22
BG	12	BGXBG	64	36	100
GZ	3	GZXBG	18	10	28
LIM	3	LIMXBG	21	15	36
NM	3	NMXBG	22	15	37
BR	4	BRXBG	27	8	35
ROM	3	ROMXBG	18	11	29
SIME	3	SIMEXBG	22	10	32
<b>TOTAL</b>	<b>37</b>		<b>226</b>	<b>126</b>	<b>352</b>



## Materiales y métodos

### Manejo:

Dos haciendas ubicadas en la microrregión del sur del Cesar

Altura sobre el nivel del mar de 50 m, una temperatura media anual de 28°C y humedad relativa de 80%, bosque muy seco tropical

Pastoreo rotacional con suplementación mineral, ofrecido a granel y a voluntad

Destete 7 a 8 meses de edad



## Materiales y métodos

### Caracteres:

Pesajes tomados al nacimiento y aproximadamente (edades objetivo) a los 4 meses (PC), destete (PD), año (PA), quince meses (PQ).

Peso al nacer tomado por personal de cada hacienda.

Los demás pesos fueron tomados por personal de ASOCEBU.



## Materiales y métodos

### Análisis genéticos:

MRA-FC

Grupo contemporáneo (subclase año-época-sexo-finca), edad del animal, fracción esperada de cada raza en el animal, heterosis (probabilidad de alelos diferentes en un locus) y número de partos de la madre.

Efectos aleatorios:

genético aditivo del animal y de ambiente permanente.



## Materiales y métodos

Modelo 1: Modelo de repetibilidad (caso especial del MRA-FC: orden del polinomio = 0)

Modelo 2: MRA-FC empleando PL de grado 2 para modelar la varianza genética aditiva, grado 3 para la varianza de ambiente permanente y varianza residual homogénea,

Modelo 3: MRA-FC con grado de polinomio igual al modelo 2 pero con varianzas residuales heterogéneas a través de 4 clases de intervalos: 1 a 120 d, 121 a 240 d, 241 a 365 d y 366 a 492 d



## Materiales y métodos

De manera general el modelo empleado fue:

$$y = X\beta + \Phi_a a + \Phi_p p + e$$

$$E[y] = X\beta$$

$$\text{Var} \begin{bmatrix} a \\ p \\ e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A \otimes K_a & 0 & 0 \\ 0 & I \otimes K_p & 0 \\ 0 & 0 & R \end{bmatrix}$$

$$\text{Var}(y) = \Phi_a A \otimes K_a \Phi_a' + \Phi_p I \otimes K_p \Phi_p' + R$$

En el caso de los modelos 1 y 2 R presentó una estructura de la forma:  $R = I\sigma_e^2$

Para el modelo 3:  $R = \text{diag}(\sigma_{ei}^2)$  donde el subíndice  $i$  hace referencia a cada intervalo de edad



## Comparación de modelos

Criterio de información de Akaike (AIC)

$$AIC = -2\log L + K + \log(N)$$

Criterio de información de Akaike corregido (AICC)

$$AICC = AIC + \frac{2(K+1)(K+2)}{N-K-2}$$

Criterio de información Bayesiano de Schwarz (BIC)

$$BIC = -2\log L + K\log(N-r)$$

Donde:  $K$  es el número de parámetros,  $N$  el número de registros,  $\log L$  el logaritmo natural de la función de verosimilitud y  $r$  es el rango de la matriz  $X$ .



## Materiales y métodos

Funciones características o propias (eigenfunctions)

Análogas a los vectores propios usados en análisis de dimensión finita.

Cada una asociada a un valor propio de la matriz de coeficientes de las funciones de covarianza.

Cada valor propio de la función de covarianza genética aditiva se usa para calcular el porcentaje de dicha varianza explicado por cada función propia.



## Materiales y métodos

La  $i$ -ésima función propia es:

$$\psi_i(a) = \langle c_{\psi_i}, \phi(a^*) \rangle$$

Donde:

$c_{\psi_i}$  es el  $i$ -ésimo vector propio de la matriz de coeficientes de la función de covarianza genética aditiva

$\phi_i(a^*)$  es un vector con los coeficientes de un PL evaluado en la edad el animal estandarizada en el intervalo real  $[-1, 1]$

El operador  $\langle, \rangle$  representa el producto interno



## Resultados

Estadísticas descriptivas para las cinco edades objetivo peso al nacer (PN), 4 meses (PC), destete (PD), año (PA) y quince meses (PQ)

Medición	n	Media (kg)	DE (kg)	CV (%)
PN	246	33.16	5.81	17.5
PC	166	119.91	22.6	18.8
PD	269	191.23	35.55	18.6
PA	250	235.4	38	16.14
PQ	159	272.16	36.94	13.57



## Resultados

Modelo	AIC	AICC	BIC
1	2677.70	2677.71	2681.43
2	1814.17	1814.32	1835.34
3	1787.97	1788.17	1812.57

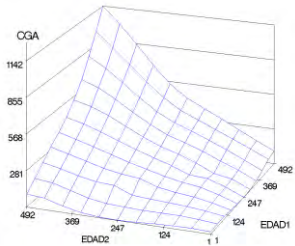


## Resultados

Función de covarianza genética aditiva (CGA)

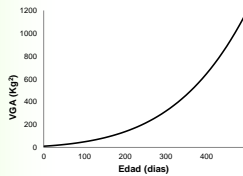
$$CGA(a_1^*, a_2^*) = \begin{bmatrix} \phi_1(a_1^*) & \phi_2(a_1^*) \\ \phi_1(a_2^*) & \phi_2(a_2^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 489.5 & 272.2 & 35.9 \\ 272.2 & 159.7 & 24.3 \\ 35.9 & 24.3 & 4.8 \end{bmatrix}$$

Donde:  $\phi_j(a_i^*)$  corresponde al j-esimo PL evaluado en  $a_i^*$ , la edad  $a_i$  estandarizada al intervalo real [-1,1]



## Resultados

Función de varianza genética aditiva:  
Caso especial de la CGA:  $a_1 = a_2$



Corresponde a la diagonal de la CGA



## Resultados

De acuerdo a la función de CGA, la varianza y las covarianzas genéticas aditivas aumentan a medida que los animales crecen. Por lo tanto, las varianzas de los pesos a mayores edades son mayores que aquellas entre pesos en la fase inicial del crecimiento.



## Resultados

Primer valor propio de la matriz de coeficientes de la función de covarianza genética aditiva:

643.9 y este explicó el 98.76% de la VGA.

Por lo tanto solo se calculó la primera función propia.

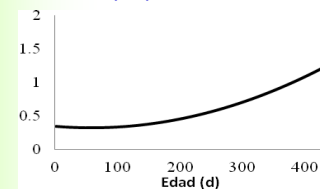
El primer vector propio (asociado al primer valor propio) fue:

$$[0.87 \quad 0.49 \quad 0.07]'$$



## Resultados

Primera función de propia



$$\hat{\psi}_1(a) = 0.56 + 0.6a^* + 0.39a^{*2}$$



## Resultados

### Primera función propia

Al ser una función positiva, se tiene que la selección a cualquier edad produce respuestas correlacionadas positivas en otros puntos de la trayectoria



un

## Resultados

Dado el alto porcentaje de la varianza genética aditiva que explica el valor propio asociado a esta función, la selección a cualquier edad producirá una modificación en la trayectoria media de crecimiento de la población.

Seleccionando individuos más pesados a edades tempranas, aumentará los pesos de los animales a edades mayores, como por ejemplo a los 365 días, que es una edad de importancia comercial.

un



## Comentarios Finales

Los MRA-FC son una herramienta valiosa en los análisis genéticos de datos longitudinales, ya que desde el punto de vista tanto estadístico como biológico describen de manera adecuada fenómenos como el crecimiento.

Debido al reducido tamaño de la población estos resultados deben validarse con mayores conjuntos de datos.

un

## Comentarios finales

Los resultados de este trabajo sugieren que los modelos de repetibilidad no son adecuados para describir la trayectoria del crecimiento y que los MRA-FC presentan una mejor descripción del fenómeno cuando se modelan varianzas residuales heterogéneas a través de intervalos de la trayectoria.

un

## Comentarios finales

Se tienen resultados involucrando efectos directos y maternos con estimaciones de parámetros genéticos y valores genéticos: Martínez y col. (Trabajos en revisión).



un

$$\begin{bmatrix} XR^1X & XR^1Z \\ ZR^1X & ZR^1Z+G^1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta^0 \\ \beta^1 \\ \beta^2 \\ \beta^3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} XR^1y \\ ZR^1y \end{bmatrix}$$

$(X^T X)\beta = X^T y$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$y = \beta_0 + \beta_1 x + \beta_2 x^2 + \beta_3 x^3 + \epsilon$

$F = G + E$

$\pi = 3.1416\dots$

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \dots, -\infty < x < \infty$$

$\partial y / \partial x = 2bx - 3a$

$\int f(x) dx$

$G^{-1} = (1/\sigma_a^2) A^{-1}$